

ОТЗЫВ

официального оппонента Алхутова Юрия Александровича
на диссертацию Рощупкина Сергея Александровича
**«Сингулярные псевдодифференциальные операторы
Киприянова-Катрахова B -эллиптического типа»**,
представленной на соискание ученой степени кандидата
физико-математических наук по специальности
01.01.02 — дифференциальные уравнения, динамические системы и
оптимальное управление.

В работе С.А. Рощупкина рассмотрены следующие вопросы:

1. Вводится класс п.д.о. построенных на основе специальных преобразований Фурье-Бесселя (прямого и обратного) введенного в 70-х годах прошлого века Киприяновым И.А. и Катраховым В.В. В отличие от классического преобразования Фурье-Бесселя, введенного в 1951 году Б.М. Левитаном, ядро нового преобразования состояло из суммы четной и нечетной j -функции Бесселя. Это преобразование (в работе оно называется «преобразованием Фурье-Бесселя-Киприянова-Катрахова») позволяло в символической форме записывать действие сингулярного дифференциального оператора Бесселя $B = \frac{\partial^2}{\partial x_i^2} + \frac{\gamma_i}{x_i} \frac{\partial}{\partial x_i}$, его степени и сингулярные дифференциальные операторы вида $D_B = \frac{\partial}{\partial x_i} \left[\frac{1}{x_i^{\gamma_i}} \frac{\partial}{\partial x_i} x_i^{\gamma_i} \frac{\partial}{\partial x_i} \right]$ и $D_B^m = \left[\frac{\partial}{\partial x_i} \left[\frac{1}{x_i^{\gamma_i}} \frac{\partial}{\partial x_i} x_i^{\gamma_i} \frac{\partial}{\partial x_i} \right] \right]^m$ с символом $(i\xi_i)^m$ в виде: $D_B^m u = \mathcal{F}_B^{-1}[(i\xi)^m F_B[u]]$. Ранее изучались операторы типа степеней от оператора Бесселя. Этот подход позволил распространить на принципиально новые уравнения и задачи методы интегральных преобразований и операторного исчисления.

2. Введены многомерные с.п.д.операторы, в которых по части переменных действует обычное преобразование Фурье, а по другой части \mathcal{F}_B -преобразование. Введен соответствующий аппарат функциональных пространств, построенный по принципу весовых классов функций Соболева-Киприянова. В этих новых классах функций получены необходимые оценки для установления теорем о порядке и о произведении с.п.д. операторов (вторая глава работы).

3. Доказано неравенство типа неравенства Гординга, используя которые автор получил теоремы о норме с.п.д. оператора Киприянова-Катрахова. Из общей теории эллиптических уравнений хорошо известно, что эти результа-

ты необходимы для установления априорных оценок решений эллиптических уравнений.

4. Рассмотрены вопросы разрешимости B -эллиптических уравнений в \mathbb{R}_n . Именно для правых частей уравнения принадлежащим соболевским классам H_γ^s построены регуляризаторы (квазирегуляризаторы), доказана основная теорема эллиптических уравнений об эквивалентности утверждений, об эллиптическом существовании априорных оценок и регуляризатора. Также доказана теорема о гладкости решений.

Разумеется, эти результаты новые, поскольку новым является и объект исследования. Но возникает вопрос о необходимости подобного рода исследований. Ответ на него простой, радиальные решения даже обычных (т.е. не сингулярных) уравнений (в том числе классических) после соответствующих преобразований удовлетворяют уравнениям с сингулярным оператором Бесселя. А радиальное решение уравнения порядка > 2 , как оказалось удовлетворяют уравнениям (обыкновенным) с D_B -оператором Бесселя. Таким образом тема исследований С.А. Рощупкина актуальная и перспективная.

По диссертационной работе имеются замечания:

1. В главе 1 рассмотрены классы основных функций, приспособленных для работы с \mathcal{F}_B -преобразованием Киприянова-Катрахова и с соответствующими п.д. операторами. Все они составляют подмножество пространства Шварца. Обозначены S_{ev}^+ , S_{ev+} , Φ_γ , Ψ_γ свойства этих пространств не изучены полностью. В частности ясно, что класс типа лизоркинского Φ_γ входит в S_{ev}^+ , но возможно наоборот? и тогда класс S_{ev}^+ оказывается классом основных функций Лизоркина. Осталось не ясным какую роль может играть класс S_{ev+} , поскольку его использование равносильно увеличению порядка дифференцирования. Правда в работе этот класс никак не используется.

2. Неравенство Гординга не получено, а использовано неравенство типа неравенства Гординга. Осталось невыясненным имеет ли место неравенство Гординга в классической форме.

3. Результаты оказались бы существенно улучшены, если бы диссертант рассмотрел задачи в полупространстве с выполнением условия правильной эллиптичности и задачи в ограниченной области.

Все эти недостатки не являются существенными и не могут повлиять на общую положительную оценку работы. Тематика диссертации актуальна. В работе получены важные и интересные новые научные результаты. Основ-

ные утверждения диссертации четко сформулированы и доказаны. Новизна полученных результатов проявляется как в постановках задач, так и в содержании доказанных теорем. Оформление работы отвечает всем требованиям, предъявляемым к оформлению кандидатских диссертаций.

Считаю, что диссертация С.А. Рощупкина «Сингулярные псевдодифференциальные операторы Киприянова-Катрахова B -эллиптического типа» удовлетворяет всем требованиям, предъявляемым ВАК РФ к кандидатским диссертациям, в том числе пункту 9 нового Положения о порядке присуждения ученых степеней, а ее автор заслуживает присуждения ему ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.02 — дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление.

Официальный оппонент —
д.ф.-м.н., профессор кафедры
математического анализа
ФГБОУ ВПО "Владимирский
государственный университет
имени Александра Григорьевича
и Николая Григорьевича Столетовых"



Ю.А. Алхутов

06.07.2014г

Подпись

Алхутов Ю.А.

ЗАВЕРЯЮ

ЗАМ. НАЧАЛЬНИКА УК
ЦИБИКОВА Е.В.